**Algoritma 1**. *Setelah mengetahui solusi polinomial karakteristiknya terdapat akar kompleks, maka langkah selanjutnya adalah mencari solusi umum dari PD linear homogen dimensi-. Berikut adalah langkah-langkahnya:*

1. *Misalkan dan masing-masing adalah vektor eigen yang berkoresponden dengan pasangan konjugat nilai eigen dan .*
2. *Ambil salah satu dari kedua vektor eigen kemudian pisahkan bagian real dan imajiner. Misalkan .*
3. *Selanjutnya kita bisa dapatkan dua solusi real yaitu Dimana sudah merupakan solusi dari pasangan nilai eigen dan .*
4. *Jika terdapat nilai eigen kompleks lainnya, maka ulangi langkah 1 sampai 3 untuk mendapatkan semua solusi nilai eigen kompleks. Jika tidak, maka solusi umum dari sistem PD linear homogen dimensi- adalah*
5. *Jika terdapat syarat awal, maka subtitusi syarat awal tersebut ke dalam solusi umum yang telah didapatkan.*
6. *Selesaikan persmaan* [*[eq:solusi\_umum\_syarat\_awal]*](#eq:solusi_umum_syarat_awal) *untuk mencari konstanta .*

**Catatan 1**. *Jikalau kita memilih vektor eigen yang berkoresponden dengan nilai eigen , maka solusi umumnya menjadi Dapat dilihat bahwa solusi* [*[eq:solusi\_vektor\_eigen]*](#eq:solusi_vektor_eigen) *dan* [*[eq:solusi\_vektor\_eigen\_konjugat]*](#eq:solusi_vektor_eigen_konjugat) *hanya berbeda tanda pada . Namun karena solusi umum mencakup sebuah sembarang konstanta , maka perbedaan tanda tersebut tidak mempengaruhi solusi umumnya.*

**Contoh 1**. *Carilah solusi umum dari* ***Penyelesaian:***  
*Polinomial karakteristiknya dari matriks pada* [*[eq:contoh\_pd\_trench\_1]*](#eq:contoh_pd_trench_1) *adalah Sehingga didapatkan nilai eigen dari adalah dan . Selanjutnya matriks augmented dari adalah diperoleh . Ambil saja akibatnya Jadi adalah solusi dari* [*[eq:contoh\_pd\_trench\_1]*](#eq:contoh_pd_trench_1)*. Kemudian, matriks augmented dari adalah didapatkan dan . Dengan mengambil diperoleh Lakukan yang telah dicontohkan pada Algoritma* [*1*](#algoritma) *sebagai berikut:*

1. *Karena dan saling konjugat begitu juga dengan vektor eigen nya yaitu*
2. *Pilih salah satu vektor eigen, misalnya sehingga didapat dan .*
3. *Solusi kedua dan ketiga masing-masing adalah dan*
4. *solusi umumnya adalah*

**Contoh 2**. *Tentukan solusi umum dari* ***Penyelesaian:***  
*Polinomial karakteristik dari matriks* [*[eq:contoh\_pd\_trench\_2]*](#eq:contoh_pd_trench_2) *adalah Nilai eigen dari adalah dan . Matriks augmented dari adalah Diperoleh dan . Ambil sehingga Jadi adalah solusi dari* [*[eq:contoh\_pd\_trench\_2]*](#eq:contoh_pd_trench_2)*.*

*Matriks augmented dari adalah Sehingga dan . Ambil maka Dengan Algoritma* [*1*](#algoritma) *dapat diperoleh*

1. *Perhatikan bahwa dan .*
2. *Pilih vektor eigen , maka dan .*
3. *Dua solusi lainnya adalah dan*
4. *Solusi umumnya adalah*

**Contoh 3**. *Carilah solusi PD linear orde tiga berikut* ***Penyelesaian:***

**Contoh 4**. ***Penyelesaian:***  
*Nilai eigen dari matriks koefisien adalah dan vektor eigen yang berkoresponden dengan nilai eigen tersebut adalah*

**Contoh 5**. ***Penyelesaian:***  
*Nilai eigen dari matriks koefisien adalah dan vektor eigen yang berkoresponden dengan nilai eigen tersebut adalah*

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai pengertian sistem PD linear homogen dimensi- dan penyelesaiannya, kerjakanlah latihan berikut!

1. Diberikan sistem PD linear berikut

* Tentukan nilai agar sistem PD tersebut memiliki nilai eigen kompleks yang bagian imajinernya tak nol.

1. Carilah solusi homogen dari PD linear berikut

JAWABAN LATIHAN 12.2

1. Nilai eigen dari matriks koefisien adalah

* dan vektor eigen yang berkoresponden dengan nilai eigen tersebut adalah